

耗散作用下赤道海洋表层对风应力强迫的响应*

林永辉¹ 布和朝鲁²

1. 中国气象科学研究院灾害天气研究中心, 北京 100081; 2. 中国科学院大气物理研究所 LASG, 北京 100029

摘要 利用一个包含摩擦耗散的浅水运动方程, 对赤道表层海洋在大气风应力强迫作用下的响应过程进行了解析求解. 研究表明, 摩擦耗散一方面对赤道表层海洋的响应振幅有削减作用; 另一方面, 摩擦耗散的强度影响着赤道表层海洋对大气风应力强迫变化的响应快慢程度, 摩擦耗散越强, 海洋对大气风应力强迫变化的响应越快.

关键词 摩擦耗散 赤道表层海洋 风应力强迫 El Niño

海洋上层是在大气风应力的直接强迫驱动下发生运动的. Cane 利用浅水模式研究了表层风吹流的变化^[1]. Philander 在美国地球物理流体动力学实验室(GFDL)层结海洋模式基础上探讨了海洋流场和温度场对信风张弛的响应^[2], 但数值模式由于包含许多物理过程, 常常难于分辨单个物理过程在海洋整体响应中所起的作用. McCreary^[3], Cane 等^[4]利用浅水运动方程研究了在无耗散情况下海洋对大气风应力的响应. 巢纪平等^[5]注意到 ENSO 发生的源地性问题, 利用浅水运动方程得到了从海洋西边界不断东传且传播速度快于从东向西传的随时间呈指数增长的波解, 且指出海洋对风应力的变化具有明显的滞后效应.

由于实际海洋常常是存在摩擦耗散的, 但数学处理时, 在解析模式中常常难于体现摩擦耗散的作用. 本文在浅水运动方程的基础上作了一些近似简化后, 对强迫耗散作用下赤道表层海洋的响应进行了解析求解, 探讨了摩擦耗散在风应力强迫海洋过程中的作用.

1 基本方程组

不考虑 Newton 冷却, 赤道 β 平面下线性浅水运动方程组为^[6]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \beta y v = -g \frac{\partial h}{\partial x} - au + \frac{\tau^x}{\rho H}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \beta y u = -g \frac{\partial h}{\partial y} - av + \frac{\tau^y}{\rho H}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + H \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0. \quad (3)$$

这里 a 是 Rayleigh 摩擦参数, H 为等值厚度.

引入如下无量纲量:

$$t = T t', (x, y) = L(x', y'), (u, v) = c(u', v'), (\tau^x, \tau^y) = \bar{\tau}(\tau^x', \tau^y'), h = H h',$$

其中 $c = (gH)^{1/2}$ 是重力波速; $T = (2\beta c)^{-1/2}$ 是特征时间; $L = (c/2\beta)^{1/2}$ 为特征长度.

将上述方程无量纲化并引入长波近似且略去“'”号:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{2} y v = -\frac{\partial h}{\partial x} - Au + R\tau^x, \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} y u = -\frac{\partial h}{\partial y} - Av + R\tau^y, \quad (5)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (6)$$

其中 $A = aT$, $R = \frac{T\bar{\tau}}{c\rho H}$.

在热带地区, 由于 Kelvin 波和 Rossby 波都是沿纬圈方向传播, 只不过 Kelvin 波向东传而 Rossby 波向西传而已^[7]. 因此, 在这里我们不妨仅考虑纬

2002-07-12 收稿, 2002-09-02 收修改稿

* 国家重点基础研究发展规划(G1998040900)和国家自然科学基金(批准号: 49976001)资助项目

E-mail: Linyh@163bj.com

圈方向的耗散作用(即略去 Av 项). 进一步地, 为研究方便暂不考虑 y 方向的风应力作用, 这样由(4)~(6)式可得

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{8}{y^3} \frac{\partial^2 h}{\partial t \partial y} - \frac{2}{y^2} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{4}{y^2} \frac{\partial^3 h}{\partial t \partial y^2} - \frac{4A}{y^2} \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{8A}{y^3} \frac{\partial h}{\partial y} = G, \quad (7)$$

其中

$$G = \frac{2R}{y} \frac{\partial \tau^x}{\partial y} - \frac{2R}{y^2} \tau^x, \quad (8)$$

初值取为

$$h_{t=0} = 0. \quad (9)$$

2 解析求解

引入 Laplace 变换

$$q = \int_0^{\infty} q e^{-st} dt, \quad (10)$$

则方程(7)变成

$$s\hat{h} + \frac{8s}{y^3} \frac{\partial \hat{h}}{\partial y} - \frac{2}{y^2} \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} - \frac{4s}{y^2} \frac{\partial^2 \hat{h}}{\partial y^2} - \frac{4A}{y^2} \frac{\partial^2 \hat{h}}{\partial y^2} + \frac{8A}{y^3} \frac{\partial \hat{h}}{\partial y} = \hat{G}. \quad (11)$$

将 \hat{h} 和 \hat{G} 按 Weber 函数展开

$$(\hat{h}, \hat{G}) = \sum_{n=0}^{\infty} [\hat{h}_n(x, s), \hat{G}_n(x, s)] \cdot D_n(y), \quad (12)$$

$D_n(y)$ 为 n 阶 Weber 函数.

风应力取为

$$h_0 = \frac{3\tau_0 R}{2} \left[\frac{2}{3A} (1 - e^{-3At/2}) \delta(t) - \frac{2\kappa + 2}{3A} (1 - e^{-3A(t-t_1)/2}) \delta(t - t_1) + \frac{2\kappa}{3A} (1 - e^{-3A(t-t_2)/2}) \delta(t - t_2) \right] - \frac{3\tau_0 R}{2} e^{-3Ax/2} \left[\frac{2}{3A} \cdot (1 - e^{-3A(t-x)/2}) \delta(t - x) - \frac{2\kappa + 2}{3A} (1 - e^{-3A(t-t_1-x)/2}) \delta(t - t_1 - x) + \frac{2\kappa}{3A} (1 - e^{-3A(t-t_2-x)/2}) \delta(t - t_2 - x) \right], \quad (19)$$

$$\hat{\tau}^x = \hat{X}(s) D_0(y), \quad (13)$$

其中

$$\hat{X}(s) = \int_0^{\infty} \tau_t e^{-st} dt, \quad (14)$$

且

$$\tau_t = \begin{cases} \tau_0, & 0 < t \leq t_1 \\ -\kappa\tau_0, & t_1 < t \leq t_2 \end{cases} \quad (15)$$

这里 τ_0 表征风应力作用, $\tau_0 < 0$ 为东风应力, κ 是强度参数.

考虑到热带海洋和大气运动主要以低阶模为主. 因此, 文中将上述方程截断到最低阶(即 $n = 0$), 利用 Weber 函数的性质可得

$$\frac{\partial \hat{h}_0}{\partial x} + \left(s + \frac{3}{2} A \right) \hat{h}_0 = \frac{3}{2} R \hat{X}. \quad (16)$$

事实上, 方程(16)表征的即是在耗散和风应力作用下 Kelvin 波的控制方程.

侧边界取无滑脱条件(即 $u = 0$), 则扰动厚度在侧边界满足

$$\hat{h}_0 |_{x=0} = 0. \quad (17)$$

方程(16)在边条件(17)下的解为

$$\hat{h}_0 = \frac{3}{2} \frac{R \hat{X}}{s + 3A/2} [1 - e^{-(s+3A/2)x}]. \quad (18)$$

实际上, 上述包含耗散作用的解描述两类物理过程: 一类是风应力的直接作用, 即海洋的直接加速过程; 另一类是以 $e^{-(s+3A/2)x}$ 表征的向东传播的 Kelvin 波的作用.

将风应力表达式(14)代入(18)式并进行 Laplace 反变换可得

其中 $\delta(t)$ 是阶跃函数, 其值为

$$\delta(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0. \end{cases} \quad (20)$$

3 讨论与结论

为了进行更直观的分析, 我们对解析解 (19) 进行了简单计算. 计算中模式参数取如下标准值:

$$\begin{aligned} \beta &= 2.25 \times 10^{-13} \text{ cm}^{-1} \text{ s}^{-1}, \bar{\tau} = 0.465 \times 10^5 \text{ N cm}^{-2}, \\ g &= 980 \text{ cm s}^{-1}, \tau_0 = -1, a = 1.15 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}, \\ \rho &= 1.0 \text{ g cm}^{-3}, H = 41 \text{ cm}. \end{aligned}$$

由上述值可知, $c = 2.0 \text{ m s}^{-1}$, $L = 213 \text{ km}$, $T = 41.8 \text{ h}$.

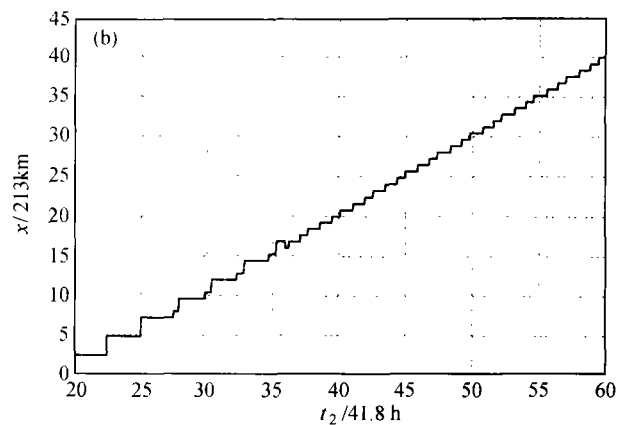
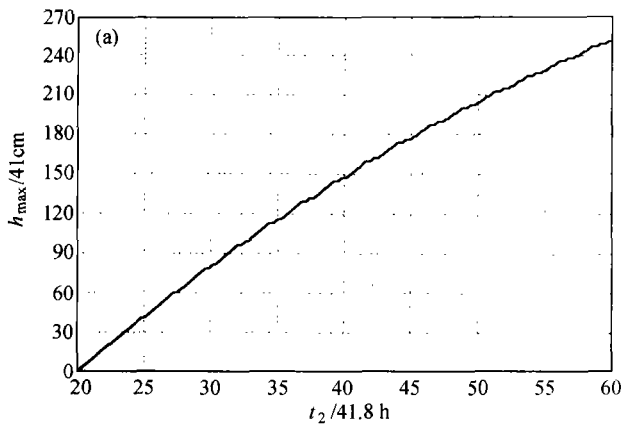


图1 沿赤道表层海洋响应的最大振幅与最大振幅的位置随西风应力作用时间的变化

(a) 最大振幅; (b) 最大振幅的位置; 计算中 t_1 取 20

从图 2 可以看出在西风应力刚开始作用的阶段, 摩擦耗散作用大小对表层海洋响应的最大振幅的削弱效果差不多. 随着西风应力作用时间的增长, 强摩擦耗散 (a 取大值) 作用对表层海洋响应的最大振幅的削弱是非常明显的. 从图(2)中我们还可以看出, 当摩擦耗散作用强到一定程度时, 表层海洋响应的最大振幅随西风应力作用时间的变化就不是那么明显了. 此时, Kelvin 波可认为是被完全耗散掉了, 只剩下西风应力的直接作用项了.

比较有意思的是, 随着摩擦耗散作用的增强, 赤道表层海洋对西风应力作用的响应时间缩短了(图 3). 当大气风应力由东风应力转为西风应力作用后, 强摩擦耗散作用下的海洋扰动厚度在较短的时间里就由负值变为正值. 当 Rayleigh 摩擦参数 a 取 8.65×10^{-7} 时, 在 $x = 20$ 处赤道海洋扰动厚度由负值变为正值仅需 8 d 左右, 其响应时间仅为 a 取 1.15×10^{-7}

时的一半左右, 其对风应力变化的响应时间明显小于弱摩擦耗散作用下的响应时间.

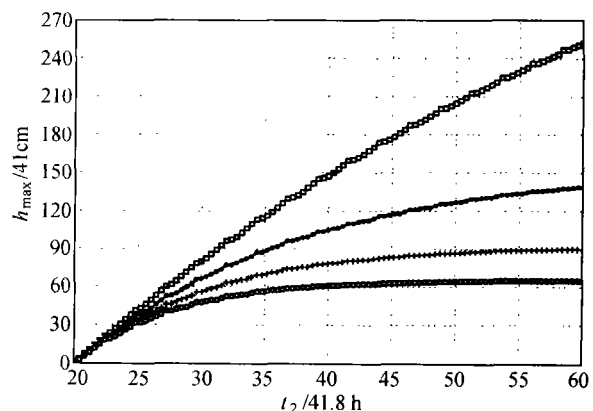


图2 沿赤道表层海洋响应的最大振幅在不同耗散强度作用下随西风应力作用时间的变化

t_1 取 20; \square 示 $a = 1.15 \times 10^{-7}$; \bullet 示 $a = 3.65 \times 10^{-7}$;
 \times 示 $a = 6.15 \times 10^{-7}$; \circ 示 $a = 8.65 \times 10^{-7}$

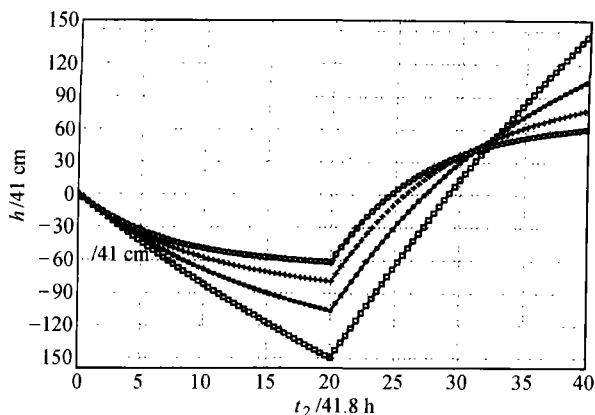


图3 $x = 20$ 处赤道海洋扰动厚度随时间的变化

t_1 取 20, t_2 取 40; \square 示 $\alpha = 1.15 \times 10^{-7}$; \bullet 示 $\alpha = 3.65 \times 10^{-7}$;
 \times 示 $\alpha = 6.15 \times 10^{-7}$; \circ 示 $\alpha = 8.65 \times 10^{-7}$

通过对包含摩擦耗散的浅水运动方程的解析求解,表明摩擦耗散在赤道表层海洋对大气风应力强迫变化的响应有双重作用.一方面摩擦耗散对赤道表层海洋的响应振幅有削减作用;另一方面,摩擦耗散的强度影响着海洋对大气风应力强迫变化的响应快慢程度,摩擦耗散越强,海洋对大气风应力强迫变化的响应越快.其实,赤道表层海洋对大气风

应力强迫变化所表现出来的这种响应特征在物理上并不难理解.在大气东风应力强迫作用下,赤道表层海洋产生的是向西流,当大气强迫突然变为西风应力时,若海洋本身的耗散很强,则就会使原来的向西流很快减弱,使赤道表层海洋迅速变成向东流;反之,海洋的滞后响应时间就会很长.

参 考 文 献

- 1 Cane M A. The response of an equatorial ocean to simple wind stress patterns: I. Model formulation and analytic results. *J Mar Research*, 1979, 37: 233
- 2 Philander S G H. The response of equatorial ocean to a relaxation of the trade winds. *J Phys Oceanogr*, 1981, 11: 176
- 3 McCreary J. Eastern tropical ocean response to changing wind systems: With application to El Niño. *J Phy Oceanogr*, 1976, 6: 632
- 4 Cane M A, et al. Forced baroclinic ocean motions. *J Mar Res*, 1976, 34: 629
- 5 巢纪平, 等. 赤道不同海域对信风张弛的响应特征——对 El Niño 研究的启示. *大气科学*, 1998, 22: 428
- 6 Philander S G H, et al. Unstable air-sea interaction in the tropics. *J Atmos Sci*, 1984, 41: 604
- 7 Matsuno T. Quasi-geostrophic motions in equatorial areas. *J Meteor Soc Japan*, 1966, 2: 25

(上接第 193 页)

(6) 可在工程科学三处鼓励研究领域(工程热力学、热物性或热力系统动态学), 提出自由申请重点项目

(7) 可在工程科学三处鼓励研究领域(复杂热物理量场的测试新方法和技术), 提出自由申请重点项目

6. 建筑环境与结构工程

(1) 可根据优先资助领域“新型结构体系及性能与设计理论”, 提出自由申请重点项目

(2) 可根据优先资助领域“土木工程现代结构实验技术与方法”, 提出自由申请重点项目

7. 电工与水利

(1) 含有多馈入直流输电系统的互联电网稳定性分析和控制

(2) 水坝对流域重要水生物生境的影响与改善方法研究

(3) 西北旱区农业和生态节水灌溉理论研究

(资料来源: 2003 年度国家自然科学基金项目指南)